

محاسبه عددی توزیع سرعت و فشار در اطراف اجسام مغروق

سید امیر گلچین^۱، سید حسین موسوی زادگان^۲

۱- دانشگاه صنعتی امیرکبیر، amir_golchin@aut.ac.ir

۲- دانشگاه صنعتی امیرکبیر، hmousavi@aut.ac.ir

چکیده

با ابداع کامپیوترها و توسعه امکانات محاسباتی، پژوهش‌های بنیادی و اساسی در زمینه طراحی در علوم مهندسی به سمت مطالعات عددی پیش رفته است و امروزه روش‌های عددی بسیار گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرد. دامنه استفاده از روش‌های عددی بسیار وسیع است بگونه‌ای که در هر زمینه‌ای با توجه به شرایط و ویژگی‌های حاکم، روش عددی مناسب انتخاب شده و مورد استفاده قرار می‌گیرد. در حوزه علوم دریایی با توجه به وسعت محیط‌های محاسباتی روش المان مرزی بسیار کاربردی می‌باشد. المان مرزی یک روش انتگرالی است و یکی از مزایای آن امکان محدود ساختن محیط‌های محاسباتی نامحدود می‌باشد. از طرفی در بسیاری از مسائل مطرح شده در حوزه هیدرودینامیک شناورها، بدون شناخت پارامترهای اساسی در طراحی مانند توزیع سرعت و فشار نمی‌توان عمل نمود، از اینرو محاسبه سرعت و فشار اطراف شناورها هدف اصلی این مقاله می‌باشد. در این مقاله با صرف‌نظر نمودن از اثرات ویسکوزیته و تراکم‌پذیری سیال و چرخش جریان، معادله حاکم که با توجه به فرضیات اعمال شده معادله لاپلاس می‌باشد، تحت تاثیر شرایط مرزی بر روی سطوح مختلف، با استفاده از روش المان مرزی مستقیم حل شده است. در اینجا کره‌ای با شعاع واحد به عنوان نمونه تحت بررسی انتخاب شده و نتایج مربوطه نشان داده شده است. به منظور معتبرسازی، نتایج حاصل از حل عددی با حل تحلیلی مساله مقایسه شده و نزدیکی نتایج نشان داده شده است.

کلیدواژه: جریان پتانسیل، المان مرزی، سرعت، فشار.

۱. مقدمه

با توسعه علوم و فناوری، دامنه ناشناخته‌های بشر بزرگتر گردید و بطوریکه هر روزه با سیلی از نادانسته‌ها و سوالات روبرو می‌شود. با توجه به گستردگی مطالب و شاخه‌های مختلف علوم، دیگر نمی‌توان با سرعت گذشته قدم برداشت و به ناچار باید به دنبال راه‌حلی بود که در کوتاهترین زمان و با حداقل مصرف انرژی و هزینه، بهترین جواب‌های ممکن را در اختیار محققین قرار دهد. در قرن حاضر با توجه به روند رشد هزینه‌های زندگی، اکتانام بیشتر زمان و حرکت به سوی علوم کاربردی و مهندسی دیگر نمی‌تون خطای زیاد در طراحی‌ها و ساخت و سازها را پذیرفت، از طرف دیگر گاهی اوقات ساخت مدل‌های تحقیقاتی و بررسی‌های تجربی علاوه بر اینکه فرآیندی زمان‌بر و پرهزینه است، ممکن است با درصد خطای بالایی نیز همراه باشد که این عوامل را می‌توان از عوامل مهم حرکت به سوی راه‌حل‌های عددی دانست. امروزه دانشمندان، طراحان و مهندسان توجه ویژه‌ای به استفاده از روش‌های عددی از خود نشان می‌دهند و حتی در مواردی که نیاز به بررسی‌های تجربی و عملی است، در ابتدا با استفاده از روش‌های عددی به تجزیه و تحلیل موضوع پرداخته سپس در صورت نیاز اقدام به انجام آزمایش روی مدل‌ها می‌نمایند.

چنانچه دامنه امواج آب در مقایسه با ابعاد جسم کوچک باشد و با در نظر گرفتن کوچکی لایه مرزی اطراف جسم و بزرگ نبودن دامنه حرکات جسم می‌توان جریان را به صورت غیرویسکوز و غیر چرخشی در نظر گرفت و یا به عبارتی برای حل مساله از تئوری جریان پتانسیل استفاده نمود [۵].

بنابراین در حرکت اجسام در دریا و تحت تاثیر امواج منظم فرضیاتی در نظر گرفته می‌شود:

- سیال غیرویسکوز، غیرقابل تراکم و همگن^۱ است.
- جریان غیر چرخشی است.

در ضمن از اثرات کشش سطحی در سطح آزاد نیز صرف نظر می‌شود. با توجه به این فرضیات می‌توان سرعت را گرادیان تابع جریان پتانسیل در نظر گرفت:

$$V(x, y, z, t) = \nabla\Phi(x, y, z, t)$$

در موارد بسیاری جریان گذرنده از جسم را می‌توان به صورت ریاضی و با کمک معادلات لاپلاس مدل نمود. ایده آل فرض نمودن سیال واقعی، در مهندسی کاربردهای بسیاری در تحلیل جریان گذرنده از اجسام دارد؛ به عنوان مثال می‌توان به حرکت جسم شناور تحت تاثیر امواج، جریان گذرنده از پروانه‌ها، کاربردهای مختلف در آئرودینامیک^۲ و بسیاری از موارد دیگر اشاره نمود.

حل تحلیلی جریان پتانسیل برای تعداد کمی از هندسه‌های ساده موجود می‌باشد بطوریکه برای اشکال مختلف ناگزیر به استفاده از حل عددی معادله لاپلاس است. برخی از این روش‌های عددی که عموماً برای تحلیل جریان پتانسیل استفاده می‌شود عبارتند از تفاضل محدود، المان محدود و معادلات انتگرال مرزی [۲].

^۱ Homogenous

^۲ Aerodynamic

برای مسائل جریان خارجی با توجه به نامحدود بودن محیط سیال، روش‌های تفاضل محدود و المان محدود از نظر حجم محاسباتی چندان مناسب نمی‌باشد، این در حالیست که در روش معادلات انتگرال مرزی تنها برخی از سطوح مرزی محیط شبکه‌بندی می‌شود و نسبت به شبکه‌بندی حجمی نیز میزان محاسبات کمتر است. مزیت بسیار بالای المان مرزی تعداد بسیار کمتر معادلات و کاهش قابل توجه داده‌ها می‌باشد که موجب می‌شود محاسبات کامپیوتری به صورت پربازده‌تر و سریعتر انجام شود [۳].

با در نظر گرفتن شرایط ذکر شده، حرکت جسم در آب به صورت یک مساله شرایط مرزی بیان می‌شود که معادله لاپلاس معادله حاکم بوده و باید تحت شرایط مرزی حل گردد. سطوح مرزی مطرح شده در حل مساله عبارتند از: سطح خیس شده جسم، سطح آزاد مایع، سطح مرزی در کف محیط سیال و سطوح مرزی در فواصل دور. بنابراین در اغلب مسائل مطرح شده در حوزه علوم دریایی با توجه به وسعت و نامحدود بودن محیط سیال، استفاده از معادلات انتگرالی بسیار پربازده و مفید است.

در این مقاله نیز با اعمال فرضیات جریان پتانسیل، معادله لاپلاس به عنوان معادله حاکم، تحت شرایط مرزی سطوح مختلف حل شده است. روش عددی مورد استفاده روش المان مرزی در حالت سه‌بعدی می‌باشد. در این روش از توزیع چشمه و دوقطبی روی سطح بدنه استفاده شده است و با در نظر گرفتن المان‌های مثلثی تخت و توزیع ثابت چشمه، سیستم معادلات با استفاده از روش‌های مناسب و پربازده عددی حل شده است. با محاسبه توزیع جریان پتانسیل در اطراف جسم، به محاسبه سرعت و به تبع آن فشار پرداخته شده است. بدیهی است با محاسبه پارامترهای اساسی سرعت و فشار می‌توان به تحلیل نیروها، حرکت و سایر ویژگی‌های اجسام پرداخت. لازم به ذکر است کره‌ای با شعاع واحد به عنوان نمونه تحت مطالعه انتخاب شده است و نتایج حاصل از محاسبات برای کره نشان داده شده است. مقایسه حل عددی و حل تحلیلی مساله بیانگر آن است که نتایج حاصل از حل عددی تا حد بسیار زیادی به نتایج حاصل از حل تحلیلی نزدیک است.

۲. شرایط مرزی

در موارد بسیاری جریان گذرنده از جسم را می‌توان به صورت ریاضی و با کمک معادلات لاپلاس مدل نمود. ایده‌آل فرض نمودن سیال واقعی، در مهندسی کاربردهای بسیاری در تحلیل جریان گذرنده از اجسام دارد. با توجه به فرضیات مساله، شرایط مرزی زیر برای جریان پتانسیل در حالت حرکت یکنواخت جسم برقرار است:

- شرط مرزی در کل فضای سیال:

$$\nabla^2 \Phi(x, y, z, t) = 0$$

- شرط مرزی سطح آزاد:

$$\Phi_{zz} + 2\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi_z + \frac{1}{2}\nabla\Phi \cdot (\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi) + g\Phi_{z_0} = 0$$

لازم به ذکر است شرط مرزی مطرح شده برای سطح آزاد به صورت غیرخطی می‌باشد، اما در تئوری امواج در بسیاری از موارد فرض می‌شود دامنه حرکات نوسانی امواج در مقایسه با طول موج کوچک است و از طرفی شیب

سطح آزاد نیز بسیار کمتر از مقدار واحد است، بنابراین با صرف نظر نمودن از قسمت‌های مرتبه دوم رابطه بالا شرط مرزی خطی شده روی سطح آزاد به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\Phi_{tt} + g\Phi_{z_0} = 0$$

• شرط مرزی در کف:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad z \rightarrow -\infty$$

• شرط مرزی در فاصله دور دست:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0 \quad x \rightarrow \infty$$

• شرط مرزی روی بدنه:

$$(V_b - \nabla \Phi) \cdot n = 0$$

بطوریکه V_b بیانگر سرعت جسم و n نیز بردار نرمال بر جسم می‌باشد [۵].

۳. فرمول بندی ریاضی

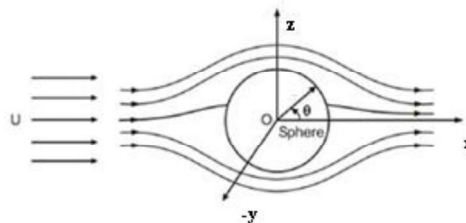
معادله لاپلاس یک رابطه خطی می‌باشد و می‌توان از اصل برهم‌نهی^۱ استفاده نمود؛ بدین معنی که چنانچه Φ_1 و Φ_2 پاسخ‌های جداگانه معادله لاپلاس باشند، به دلیل خطی بودن این معادله، مجموع آنها نیز پاسخی دیگر از معادله لاپلاس می‌باشد و اصل برهم‌نهی صادق است.

برای مدل سازی یک کره می‌توان از ترکیب جریان پایدار و یک دوقطبی سه‌بعدی استفاده نمود.

$$\Phi = \phi_1 + \phi_2 \quad (1)$$

$$\Phi = U r \cos \theta + \frac{\mu \cos \theta}{r^2} \quad (2)$$

در رابطه (۲)، U سرعت جریان یکنواخت برخورد کننده به کره، r شعاع کره و θ زاویه قطاع‌هایی از دایره با توزیع سرعت ثابت می‌باشد. در این رابطه مقدار μ نامعلوم است و باید با توجه به شرایط مرزی حاکم روی کره مقدار آن محاسبه شود. شکل (۱) به صورت شماتیک کره‌ای را که در مقابل جریان یکنواخت با سرعت U قرار گرفته است نشان می‌دهد.



شکل (۱): مدلی از کره با در مقابل جریان یکنواخت با سرعت U [۴]

^۱ Superposition

محاسبه عددی توزیع سرعت و فشار در اطراف اجسام مغروق

با توجه به ویژگی‌های جریان در اطراف کره می‌توان به محاسبه μ پرداخت. چنانچه توزیع سرعت روی بدنه کره در نظر گرفته شود، با توجه به شرط مرزی عدم نفوذپذیری به بدنه، سرعت شعاعی روی بدنه وجود نداشته و مقدار آن برابر با صفر می‌باشد. بنابراین با توجه به رابطه (۲) و اعمال $V_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$ مقدار μ برابر با $\frac{Ua^3}{2}$ محاسبه می‌گردد. باید دقت داشت که این حل به صورت کلی می‌باشد به گونه‌ای که شعاع کره می‌باشد و r هر فاصله دلخواه در راستای شعاع از کره است. بنابراین توزیع پتانسیل روی کره‌ای که در مقابل جریان یکنواخت با سرعت پیشروی U قرار گرفته است به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\phi = Ur \left(1 + \frac{a^3}{2r^3} \right) \cos\theta \quad (۳)$$

رابطه (۳) برای حالتی است که کره ثابت باشد و جریان با سرعت یکنواخت U به آن برخورد نماید. در صورتی که کره درون سیال متحرک در نظر گرفته شود توزیع پتانسیل به صورت زیر می‌باشد:

$$\phi = Urcos\theta - \frac{Ua^3}{2r^2} \cos\theta = Ur \left(1 - \frac{a^3}{2r^3} \right) \cos\theta \quad (۴)$$

باید دقت نمود پتانسیل رابطه (۴) پتانسیل اغتشاشات ناشی از حرکت کره می‌باشد. با توجه به رابطه توزیع پتانسیل می‌توان به محاسبه سرعت پرداخت. با اعمال رابطه $V = \nabla\phi$ بر روی رابطه (۳)، سرعت مطابق با رابطه (۵) محاسبه می‌گردد:

$$V = \frac{3}{2} U \sin\theta \quad (۵)$$

پس از محاسبه توزیع سرعت می‌توان به کمک رابطه برنولی به محاسبه توزیع فشار پرداخت:

$$\frac{P}{\rho} + \frac{1}{2} V^2 = \frac{P_{\infty}}{\rho} + \frac{1}{2} U^2 \quad (۶)$$

و با جایگزین کردن رابطه (۵) در رابطه (۶) توزیع فشار قابل محاسبه است:

$$P = P_{\infty} + \frac{1}{2} \rho U^2 \left(1 - \frac{9}{4} \sin^2\theta \right) \quad (۷)$$

با توجه به رابطه (۷) ضریب فشار برای کره‌ی متحرک با سرعت پیشروی یکنواخت U قابل دستیابی است [۷]:

$$C_p = \frac{P - P_{\infty}}{\frac{1}{2} \rho U^2} = 1 - \frac{9}{4} \sin^2\theta \quad (۸)$$

۴. روش عددی

حل تحلیلی جریان پتانسیل برای تعداد کمی از هندسه‌های ساده موجود است ولی برای اشکال مختلف ناگزیر به استفاده از حل عددی معادله لاپلاس است. روش‌های عددی که برای حل جریان سیال استفاده می‌شود به طور کلی به دو دسته تقسیم می‌شود، معادلات انتگرالی (مساله در این حالت به صورت انتگرالی حل می‌شود) و روش‌های عددی مستقیم (مانند تفاضل محدود و حجم محدود). مهمترین فایده و مزیت روش انتگرالی کاهش

یک بعد از ابعاد مساله و تبدیل یک محیط نامحدود محاسباتی به یک محیط محدود می‌باشد. روش انتگرالی یک روش بسیار قوی و مناسب برای حل جریان پتانسیل ناشی از حل معادله لاپلاس می‌باشد. روش انتگرالی خود به طور کلی به دو دسته مستقیم و غیرمستقیم تقسیم می‌شود. یک راه حل عددی برای این روش‌های انتگرالی، المان مرزی می‌باشد که در این مقاله نیز از روش المان مرزی مستقیم در حالت سه بعدی استفاده شده است. رابطه زیر المان مرزی در حالت مستقیم را بیان می‌کند:

$$2\pi\phi(p) = \int_S \left\{ \phi(q) \frac{\partial}{\partial n_q} G(p, q) - G(p, q) \frac{\partial \phi(q)}{\partial n_q} \right\} ds_q \quad (9)$$

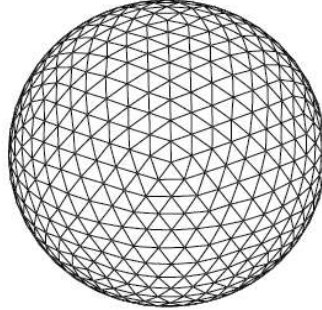
در رابطه (۹) تابع $G(p, q)$ تابع گرین مرتبط با حل هر مساله می‌باشد، p بیانگر نقاط محیط^۱ و q بیانگر نقاط چشمه می‌باشد. لازم به ذکر است تابع گرین با توجه با شرایط مرزی، برای مسائل مختلف با یکدیگر تفاوت دارد. برای حل، معادله (۹) به یک سری معادلات جبری خطی تبدیل شده است که یک عمل معمول در روش‌های عددی می‌باشد، بدین ترتیب انتگرال به روی سطح S به چندین قسمت تقسیم می‌شود $\int_S \{ \dots \} \approx \sum_{i=1}^N \int_{S_i} \{ \dots \}$ در این رابطه N تعداد تقسیمات و S اندازه سطح هریک از این تقسیمات است. در مورد هندسه چهار فرض اعمال شده است: بدنه با المان‌های مثلثی مدل شده است، قدرت چشمه و دوقطبی ثابت است، المان‌ها به صورت خطی است و مرکز هریک از المان‌های مثلثی به عنوان نقطه مشخصه^۲ محسوب می‌شود. با اعمال این فرضیات معادله (۹) به شکل زیر قابل تغییر است.

$$\sum_{j=1}^N \phi_j \int_{S_j} \frac{\partial}{\partial n_q} G(p, q) ds_j - 2\pi\phi_i = \sum_{j=1}^N \frac{\partial \phi_j}{\partial n_j} \int_{S_j} G(p, q) ds_j \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

به عنوان نمونه در این مقاله یک کره مغروق مورد بررسی قرار گرفته شده است. تابع گرین مربوطه به کره شناور تابع $G = 1/r$ می‌باشد و r بیانگر فاصله نقاط چشمه و محیط از یکدیگر می‌باشد.

¹ Field Points

² Nodal Point

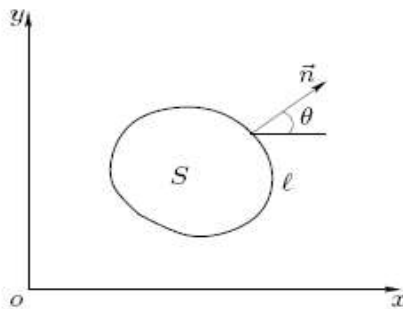


شکل (۲): هندسه کره با المان‌های مثلثی [۶]

در هنگام استفاده از روش المان مرزی اثر نقاط مشخصه بر یکدیگر مورد بررسی قرار می‌گیرد بگونه‌ای که هر یک از نقاط در حین انجام محاسبات، علاوه بر اینکه نقش یک نقطه از محیط را بر عهده دارد به عنوان یک نقطه چشمه نیز می‌باشد. زمانیکه اثر نقاط چشمه روی نقاط محیط بررسی می‌شود در هر دور تغییر نقاط محیط، یک بار نقطه چشمه و محیط روی یکدیگر قرار می‌گیرد. در این حالت تکینگی^۱ به وجود می‌آید و باید با اعمال روش‌های ابتکاری این مساله را حل نمود. در این مقاله از تئوری دوم گرین در صفحه برای این منظور استفاده شده است، در شکل (۳) به صورت شماتیک تئوری گرین در صفحه نشان داده شده است. بر اساس این تئوری انتگرال روی سطح به انتگرال روی خط تبدیل می‌شود:

$$\int_S \frac{\partial \phi}{\partial x} dS = \int_l \phi \cos \theta dl$$

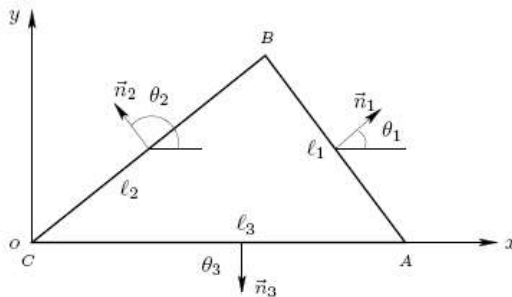
باید دقت داشت در این رابطه θ زاویه میان سطح بسته S و محور x می‌باشد و l فضای بسته‌ای است که سطح S را دربر گرفته است.



^۱ Singularity

شکل (۳): نمایی از اجزای تئوری گرین در صفحه

محورهای مختصاتی مورد استفاده به دو صورت محلی و کلی^۱ می‌باشد. بر روی هر یک از المان‌ها یک محور مختصات محلی قرار می‌گیرد و محور x آن منطبق بر یکی از اضلاع مثلث می‌باشد. بدین ترتیب زاویه θ برای ضلع منطبق بر محور x نود درجه خواهد شد و با توجه به صفر بودن کسینوس زاویه نود درجه، یکی از اضلاع مثلث از محاسبات خارج می‌شود و محاسبات فقط بر روی دو ضلع دیگر صورت می‌گیرد؛ این امر موجب کاهش حجم محاسباتی مساله می‌شود. پس از آن با تعریف تابعی از y بر حسب x معادله خطوط دو ضلع دیگر مثلث تشکیل شده و با استفاده از روش عددی انتگرالی گاوس پنج نقطه، انتگرال بر روی خطوط محاسبه می‌شود.



شکل (۴): نمایی از اعمال تئوری گرین در صفحه روی المان مثلثی

پس از تشکیل معادلات جبری می‌توان از روش‌های عددی موجود [۱] به حل معادلات پرداخت.

۵. نتایج

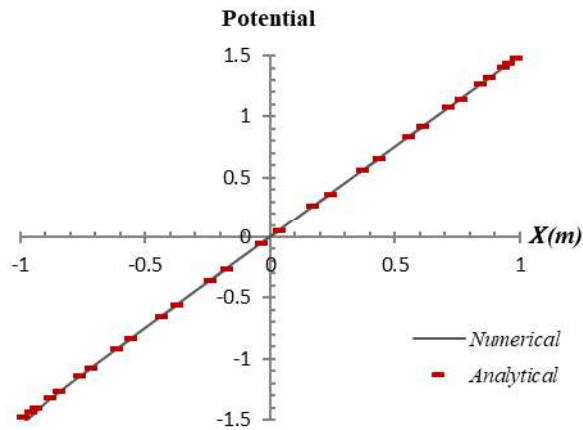
با اعمال روش عددی تشریح شده در بخش قبل، معادله (۹) بر روی کره‌ای با شعاع واحد حل شده و نتایج حاصله در این قسمت آورده شده است. به منظور معتبر سازی نتایج، از حل تحلیلی جریان در اطراف کره استفاده شده است.

در شکل (۵) نتایج حاصل از توزیع جریان پتانسیل نسبت به محور x بر روی کره آورده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، نتایج حاصل از حل عددی به میزان بسیار قابل توجهی به حل تحلیلی نزدیک است. با توجه به رابطه (۳) توزیع پتانسیل برای کره متحرک با سرعت U با شعاع واحد، بر روی سطح آن برابر است با

^۱ Local & Global

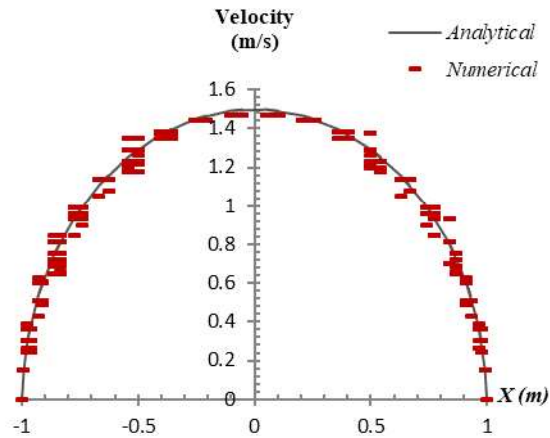
محاسبه عددی توزیع سرعت و فشار در اطراف اجسام مغزوق

با توجه به هندسه‌ای که در شکل (۱) مشخص است، می‌توان گفت $\Phi = \frac{3}{2} Ux$ ، یعنی توزیع پتانسیل به صورت خطی با مقادیر x مرتبط است؛ این موضوع کاملاً در شکل (۵) مشهود است.



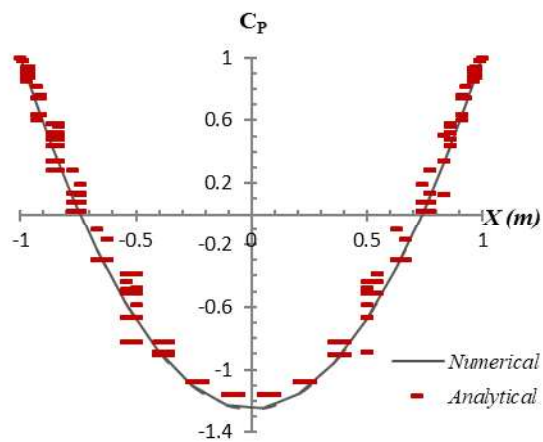
شکل (۵): مقایسه حل تحلیلی و نتایج عددی جریان پتانسیل برای کره

پس از محاسبه توزیع جریان پتانسیل، می‌توان به محاسبه پارامترهای اساسی در طراحی پرداخت. از جمله این پارامترها می‌توان به سرعت و فشار اشاره نمود. همانطور که پیش از این نیز اشاره شد، سرعت برابر با گرادیان تابع پتانسیل می‌باشد. در اینجا نیز گرادیان تابع پتانسیل به صورت عددی و در سیستم مختصات کروی محاسبه شده است و نتایج حاصل در شکل (۶) آورده شده است.



شکل (۶) مقایسه توزیع سرعت به صورت تحلیلی و عددی برای کره

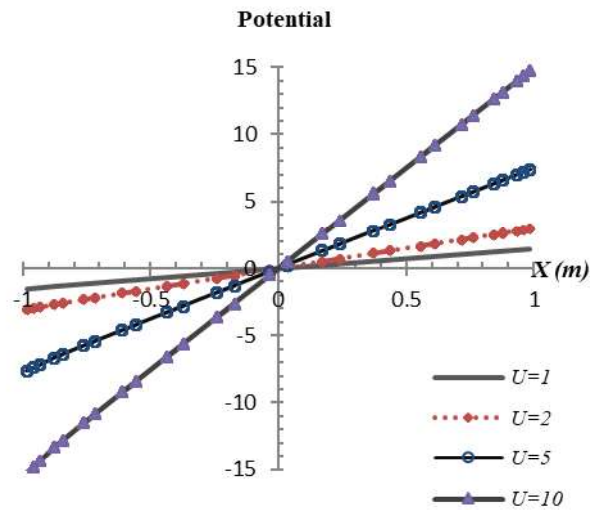
در شکل (۷) توزیع فشار بر روی سطح کره نشان داده شده است. پس از محاسبه سرعت، با توجه به رابطه برنولی فشار قابل محاسبه است. به منظور نمایش بهتر فشار روی سطح کره، از ضریب فشار در نمودار (۷) استفاده شده است.



شکل (۷): مقایسه توزیع فشار به صورت عددی و تحلیلی برای کره

محاسبه عددی توزیع سرعت و فشار در اطراف اجسام مغروق

در هر دو نمودار (۶) و (۷)، در کنار نتایج عددی پارامترهای سرعت و شتاب، حل تحلیلی آنها نیز آورده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود نتایج به میزان قابل قبولی به یکدیگر نزدیک می‌باشد. پیشتر در مورد رابطه خطی توزیع پتانسیل با مختصه X صحبت شد. با دقت در رابطه (۳) ارتباط خطی میان توزیع پتانسیل با سرعت پیشروی نیز کاملاً مشهود است. در نمودار (۸) این موضوع نشان داده شده است.



شکل (۸): توزیع پتانسیل و رابطه خطی با سرعت پیشروی U برای کره

عوامل بسیار زیادی در هنگام استفاده از روش‌های عددی بر دقت محاسبات موثر است، از آن جمله می‌توان به تعداد تقسیمات اشاره نمود. در صورتی که شبکه‌بندی هندسه به درستی انجام شده باشد، با افزایش تعداد تقسیمات، دقت محاسبات نیز افزایش می‌یابد. به عنوان نمونه در جدول (۱) روند تغییرات در اندازه سطح کره با افزایش تعداد تقسیمات نشان داده شده است.

جدول (۱): افزایش دقت محاسبه سطح کره با افزایش تعداد تقسیمات

Number of Elements	Area(m ²)
40	10.4713
84	11.4543
126	11.6079
180	12.0096
280	12.0237
420	12.3161
570	12.3459

760	12.425
960	12.4389
1200	12.4757
1450	12.5123
3900	12.5461
Analytical	12.5663

۶. نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

با رویکردهای جدید اقتصادی، امروزه دیگر خطا و اشتباه در زمینه طراحی و ساخت قابل قبول نمی‌باشد و محققین دنیا در حال تلاش برای کاهش هرچه بیشتر خطاها و زمان طراحی می‌باشند. استفاده از روش‌های عددی در طراحی گامی اساسی و مهم در این زمینه است. از طرفی در بسیاری از طراحی‌های حوزه هیدرومکانیک شناخت سیال اطراف و ویژگی‌ها و تاثیرات آن امری حیاتی و غیرقابل انکار است. در این مقاله با اعمال روش عددی المان مرزی به بررسی جریان اطراف اجسام متحرک پرداخته شده است و کراهی با شعاع واحد به عنوان نمونه تحت مطالعه انتخاب شده است. در پایان نیز با مقایسه حل تحلیلی و عددی مساله، خطای پایین حل عددی قابل مشاهده و درک است.

منابع:

- [1] Chapra, S., and Canale, R. P., 2006. *Numerical Methods for Engineers*. McGraw-Hill, Boston.
- [2] Maniar, H., 1995. "A three dimensional higher order panel method based on B-spline". PhD Thesis, Department of Ocean Engineering at the Massachusetts Institute of Technology.
- [3] Muhammad, G., and Nawazish, A. S., 2010. "Calculation of Creeping Flow Past a Sphere Using Direct Boundary Element Method". *Journal of American Science*, pp. 162-165.
- [4] Mushtaq, M., Shah, N. A., and Muhammad, G., 2009. "Calculation of Flow Past A Sphere in the Vicinity of A Ground Using A Direct Boundary Element Method". *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, pp. 480-485.
- [5] Newman, J. N., 1974. "The theory of ship motions". *Advances in applied mechanics*, pp. 221-283
- [6] Pozrikidis, C., 2002. *A Practical Guide to Boundary Element Method*. CHAPMAN & HALL/CRC, Florida.
- [7] White, F. M., 2010. *Fluid Mechanics*. McGraw-Hill, Boston.