

## بررسی روشهای تحلیلی و اجزا محدود در ارتعاشات شافت دوار اجزای کشتی

جمال طارقی<sup>۱\*</sup>، رقیه احمدکلایه<sup>۲</sup>، ابوذر اباذری<sup>۳</sup>

۱- دانشگاه دریانوردی و علوم دریایی چابهار، دانشکده مهندسی، گروه کشتی سازی،

**Jamal\_tareghi\_69@yahoo.com**

۲- دانشگاه دریانوردی و علوم دریایی چابهار، دانشکده مهندسی، گروه کشتی سازی،

**Samira.ahmadi\_2010@yahoo.com**

۳- دانشگاه دریانوردی و علوم دریایی چابهار، دانشکده مهندسی، گروه کشتی سازی، هیئت

علمی، **abazari@cmu.ac.ir**

### چکیده

در مطالعه حال حاضر به بررسی روش های تحلیلی و اجزا محدود برای ارتعاشات شافت دوار پرداخته شده است. شافت از اجزای مهم و آسیب پذیر و البته پر کاربرد در کشتی می باشد. هزینه ی تعمیر و نگهداری از شافت شناور به خصوص در سیستم رانش آن بسیار زیاد می باشد. در اینجا عوامل و پارامترهای تأثیر گذار بر ارتعاشات شافت و عوامل تشدید آن، نتایج ارتعاشات شافت همچون حرکتگردشیو پدیده های مرتبط با ارتعاشات مانند اثرات ژيروسکوپی و... بررسی شده است. در ادامه به معرفی روش های تحلیلی برای محاسبه ی سرعت بحرانی شافت پرداخته شده است و سپس روش اجزای محدود و نقش آن در تحلیل ارتعاشات شافت، دیاگرام کمپیل و نحوه ی استفاده از آن با توجه به مفاهیم گردش پیشرو و پسرو بررسی شده است.

**کلیدواژه:** شافت پروانه ، اثرات ژيروسکوپی ، دیاگرام کمپیل ، گردش پیشرو و پسرو.

---

\* Corresponding author

E-mail address: **Jamal\_tareghi\_69@yahoo.com**

Postal Address:

## مقدمه

دینامیک روتور، شاخه‌ای از مهندسی است که ارتعاشات پیچشی و جانبی شفت دوار را مطالعه می‌کند. اجزای اصلی یک سیستم دینامیک روتور، شفت یا روتور با دیسک، یاتاقان و اجزای آب‌بند می‌باشند که شفت و روتور از اجزای دوار سیستم است. مطالعات بر روی حرکت و تحلیل حرکت روتورها در محدوده‌ی حداقل ۱۴ دهه انجام شده است (adams, ۲۰۰۱) و (vance و همکاران، ۲۰۱۰). این مطالعات به علت تعاملاتی که بین روش‌های تئوری و عددی دارند، بسیار قابل توجه می‌باشند.

در سال ۱۸۸۳، مهندس سوئدی دی لاوال<sup>۱</sup> به این نتیجه رسید که شفت دوار، چندین سرعت بحرانی دارد و تحت شرایط محیطی خاص، می‌تواند فرکانس‌هایی برابر با فرکانس‌های طبیعی شفت غیر دوار داشته باشد. در سال ۱۸۹۵، دانکرلی<sup>۲</sup> فرمولی را ارائه داد که سرعت بحرانی را حتی برای موارد پیچیده‌تر می‌توان محاسبه کرد. دانکرلی به این نتیجه رسید که سرعت بحرانی به طول، مدول الاستیسیته، قطر شفت و به وزن و موقعیت پولی‌هایی که روی شفت قرار دارند و همچنین نوع یاتاقان‌های آن بستگی دارد. با وجود این تحقیقات، اولین تئوری ابتدایی ثبت شده درباره‌ی دینامیک روتورها را می‌توان در مقاله‌ی کلاسیک از جفکت<sup>۳</sup> در سال ۱۹۱۹ پیدا کرد. جفکت پیش‌بینی فوپل<sup>۴</sup> را که بیانگر وجود حل فوق بحرانی پایا بود را تأیید کرد. فوپل را در نظر گرفتن میرایی خارجی گسترش داد.

در سال ۱۹۲۴ استودلا<sup>۵</sup> یک روش گرافیکی کاربردی برای محاسبه‌ی سرعت‌های بحرانی ارائه داد. او نشان داد که راه‌حل‌های فرابحرانی با شتاب‌های کوریولیس پایدار می‌شود که بعدها به مفهوم اثرات ژيروسکوپی مربوط شد. وی همچنین درباره‌ی ارتعاشات روتورها با توزیع جرم پیوسته مطالعاتی انجام داد. در حدود یک دهه بعدی (۱۹۳۳) مطالعه‌ی سیستم‌های شافت و روتور نامتقارن شروع شد. در سال ۱۹۳۳ اسمیتبا استفاده از فرم ساده‌ای از فرمول‌ها روشی ارائه کرد که می‌توانست سرعت مرزی اسپین را برای ناپایداری فرابحرانی با سختی یاتاقان‌های متفاوت و با نسبت میرایی ویسکوز خارجی به داخلی پیش‌بینی کند.

در سال ۱۹۳۹ کاپیتسا<sup>۶</sup> نشان داد که شفت الاستیک می‌تواند به علت شرایط اصطکاکی در لغزش یاتاقان (بوش) ناپایدار شود. بیشوپ<sup>۷</sup> و گلدول<sup>۸</sup> در سال ۱۹۵۹، بیشوپو پارکینسون<sup>۹</sup> در سال ۱۹۶۵، دایمنتبرگ<sup>۱</sup> در

<sup>۱</sup>De Laval<sup>۲</sup>Dunkerley<sup>۳</sup>Jeffcott<sup>۴</sup>Foppl<sup>۵</sup>Stodola<sup>۶</sup>Kapitsa<sup>۷</sup>Bishop<sup>۸</sup>Gladwell<sup>۹</sup>Parkinson

سال ۱۹۶۱ و تندل<sup>۲</sup> در سال ۱۹۶۵ درباره ی مجموعه‌ای از مقالات و کتابها درباره‌ی پاسخ نامتوازنی و تعادل یک روتور پیوسته گزارش دادند. در سال ۱۹۶۹ اشلمان<sup>۳</sup> و ابنکس<sup>۴</sup> نتیجه گرفتند که در معادلات کلی حرکت باید اثرات تغییرشکل برشی و فمان ژيروسکوپی و بررسی‌های این اثرات را هم در نظر بگیرند. برای آنالیز سیستم‌های چند روتور-بیرینگ، پروهل<sup>۵</sup> و مایکلستاد<sup>۶</sup> (۱۹۸۰) روشی را به نام روش انتقال ماتریس (TMM) ارائه دادند که از این روش هنوز هم برای آنالیز دینامیک روتور استفاده می‌شود. نهایتاً روش جدیدی تحت عنوان روش تحلیل اجزا محدود در مقاله‌ای از Clough<sup>۷</sup> (۱۹۶۰) ارائه گردید این روش برای اولین بار برای ساخت یک روتور توسط روهل<sup>۷</sup> و بوکر<sup>۸</sup> (۱۹۷۲) مورد استفاده قرار گرفت. مطالعه روی دینامیک روتورها همچنان ادامه پیدا کرد و به عنوان یکی از مسائل روز این شاخه می‌توان به مطالعه در مورد یاتاقان مغناطیسی که توسط سچویستر<sup>۹</sup> در سال ۲۰۰۳ و شیبا<sup>۱۰</sup> در سال ۲۰۰۵ انجام شده‌است، اشاره کرد.



شکل ۱- نمونه‌های تخریب شده در اثر ارتعاشات شافت‌های دوار در کشتی

<sup>۱</sup>Dimentberg

<sup>۲</sup>Tondl

<sup>۳</sup>Eshleman

<sup>۴</sup>Eubanks

<sup>۵</sup>Prohl

<sup>۶</sup>Myklestad

<sup>۷</sup>Ruhl

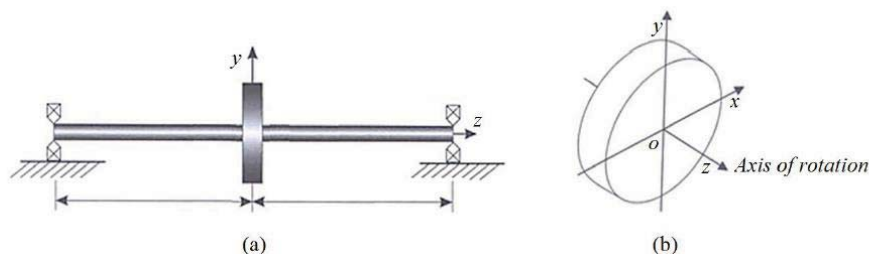
<sup>۸</sup>Booker

<sup>۹</sup>Schweitzer

<sup>۱۰</sup>Chiba

## دینامیک روتورها

در اکثر دستگاهها و موتورهای پرکاربرد صنعتی از شفت‌های الاستیک برای انتقال نیرو استفاده می‌شود. برای مثال می‌توان به شافت در سیستم رانش کشتی اشاره کرد که در طراحی آن به منظور ایجاد فضای کافی، برای نصب اجزایی مانند پروانه‌ها و یا اجزای آب‌بند در سیستم، سعی می‌شود شافت را تا حد ممکن نازک طراحی کنند. در بررسی و تحلیل حرکت شافت نباید از نقش اجزا و تجهیزاتی مرتبط با آن چشم‌پوشی کرد. به عنوان مثال یاتاقان‌ها به عنوان تکیه‌گاه شافت با اعمال میرایی اضافی به سیستم، نقش به‌سزایی در میزان ارتعاشات و پایداری سیستم دارند و یا اجزا آب‌بند که با اضافه کردن یک جرم به سیستم می‌توانند میزان ارتعاشات را تغییر دهند. در شکل ۲ مدل ساده‌ای از یک روتور نشان داده شده‌است. این مدل شامل یک دیسک صلب در مرکز یک شافت الاستیک بدون جرم که به وسیله ی دو یاتاقان در دو انتها نگه داشته شده‌است، می‌باشد. این مدل که به مدل جفکت یا *laol* معروف است یک سیستم یک درجه آزادی است که اغلب برای ارزیابی سیستم‌های دوار پیچیده‌تر در جهان به کار می‌رود (jeng chen و همکاران، ۲۰۰۱).



شکل ۲- مدل ساده روتور در حال دوران

همانطور که می‌دانیم اهم عوامل تاثیرگذار بر روی ارتعاشات سازه‌ای؛ جرم، سختی و میرایی که نقش مهمی برای کنترل کردن دامنه دارد، می‌باشند. با توجه به رابطه فرکانس طبیعی می‌توان دریافت که اجسام سنگین‌تر نسبت به اجسام سبک‌تر در فرکانس‌های پایین‌تر و اجسام سخت‌تر در فرکانس‌های بالاتری ارتعاش می‌کنند.

باید به این نکته توجه کنیم که اگر از سیستم ساده‌ی تک جرم به سیستم‌های چند جرمی حرکت کنیم، مفاهیم اولیه‌ی ارتعاشاتی تغییر نخواهند کرد. فرکانس‌های طبیعی همواره به سختی و جرم بستگی دارند.

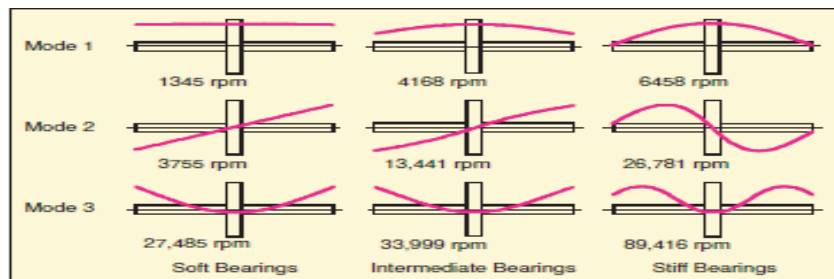
دامنه‌های پاسخ توسط میراکننده کنترل می‌شود. با میرایی کافی میراکننده، قله پاسخ می‌تواند کاملاً حذف شود. پس سازه‌های واقعی را می‌توان به صورت مجموعه‌ای از جرم‌های توده‌ای تقریباً بزرگتر که به توزیع جرم پیوسته نزدیک می‌شوند در نظر گرفت. سازه‌های پیوسته بی‌نهایت فرکانس طبیعی دارند که هر کدام ویژگی‌های شکل‌های مد ارتعاشی خود را دارند.

### بررسی شکل‌های مد شافت دوار و غیردوار

مدل ساده‌ی روتور را در حالتی که چرخش نداشته باشد می‌توان هم ارز با سیستم جرم-فنر در نظر گرفت و تحلیل آن را همانند یک سازه‌ی استاتیکی انجام می‌شود. اما وقتی سیستم شروع به چرخش می‌کند به دلیل اثرات و پدیده‌هایی که در اثر حرکت به وجود می‌آیند و روی ارتعاشات سیستم تأثیر می‌گذارند برای تحلیل فرکانس‌های طبیعی و شکل مدها، باید روند دیگری را طی کرد.

### الف - شکل مد سیستم غیردوار

در اینجا، شکل مدهای سیستم ساده‌ی روتور در نظر گرفته شده را با تغییر سختی یاتاقان بررسی شده- است. اگر سیستم فاقد چرخش (اسپین) باشد، با توجه به اینکه هرگاه چرخشی در سیستم وجود نداشته باشد میرایی در یاتاقانها وجود ندارد پس برای تحلیل ارتعاشی آن، می‌توان آن را همانند یک سیستم جرم و فنر در نظر گرفت. مشخصات ارتعاشی به کمک جرم سیستم و مقدار سختی تعیین می‌شود و با حل معادله‌ی ارتعاشی، می‌توان فرکانس‌های طبیعی و شکل مدها را بدست آورد. برای انجام آنالیز مودال، از سه نوع یاتاقان که سختی متفاوتی دارند استفاده و شکل‌های مد متناسب نشان داده شده‌اند. در هر فرکانس، مانند سازه‌های استاتیکی حرکت به صورت صفحه‌ای می‌باشد. در شکل ۳ سه شکل مد اول برای سه نوع یاتاقان نشان داده شده‌است.



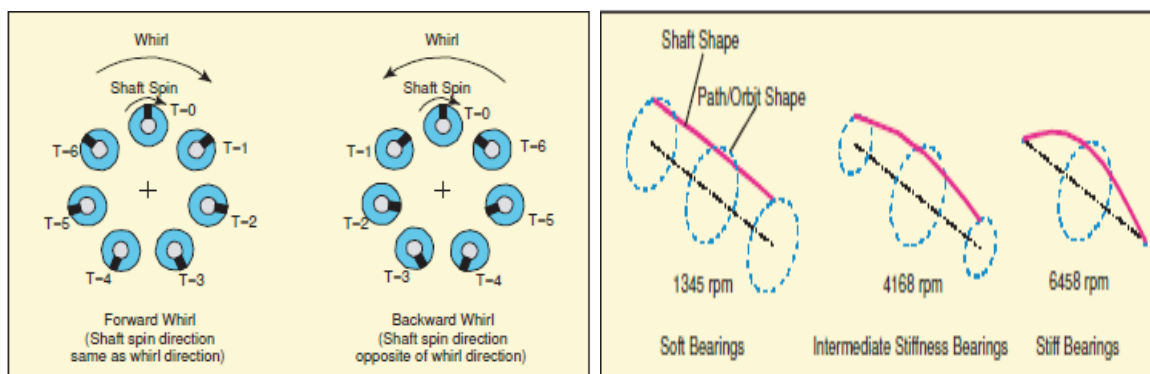
شکل ۳- نمایش سه شکل اول مد برای سیستم یاتاقان روتور ساده.

همانطور که از شکل ۳ مشاهده می‌شود در شکل مد اول حرکت دیسک مرکزی به صورت عمودی بوده و انتقال خالص دارد. در شکل مد دوم، دیسک مرکزی حرکتی گهواره‌ای و بدون انتقال انجام می‌دهد. اگر دیسک، از مرکز خارج شود، تواما حرکت انتقالی و گهواره‌ای (لنگی) خواهد داشت. اما باید به این نکته توجه داشت که نسبت سختی یاتاقان‌ها به سختی شفت اثر قابل توجهی بر روی شکل مدها خواهد داشت. در مدهای پایین، برای یاتاقان نرم و متوسط، شفت خم نمی‌شود. در واقع به همان نسبت که سختی یاتاقان افزایش می‌یابد (یا سختی شفت کاهش می‌یابد)، مقدار خم شدن شفت افزایش می‌یابد.

### ب- مد شیپ سیستم دوار

اگر فرض شود که شفت با سرعت دورانی مشخص بچرخد و این بار هم با در نظر گرفتن سه نوع یاتاقان که در جهت‌های شعاعی سختی برابر دارند آنالیز مودال را انجام می‌شود. در شکل ۴ نتیجه ی این آنالیز به خوبی نشان داده است. مد شیپ‌ها در حالت چرخان بسیار شبیه حالتی است که شفت چرخشی ندارد با این تفاوت که در حالت دوار، حرکت دایره‌ای جایگزین حرکت صفحه‌ای می‌شود. به این حرکت دایره‌ای، وایرلینگ گفته می‌شود. همانند حالت قبل با توجه به نوع سختی یاتاقان‌ها، شکل مدها را می‌توان به صورت شکل ۴ نشان داد (swanson, ۲۰۰۵).

شکل مد اول همانطور که در شکل بالا نشان داده شده است، به صورت استوانه‌ای می‌باشد. حرکت گردش<sup>۱</sup> روتور می‌تواند هم در جهت موافق و هم در جهت مخالف چرخش<sup>۲</sup> شفت باشد. زمانی که حرکت گردش و حرکت چرخش به دور خود در یک جهت باشند به این حالت گردش پیشرو<sup>۳</sup> و اگر در جهت مخالف باشند گردش پیشرو<sup>۴</sup> گفته می‌شود. در شکل ۵ مقطع عرضی روتور و حرکات گردش پیشرو و پسرو نشان داده شده است.



<sup>۱</sup>whirling

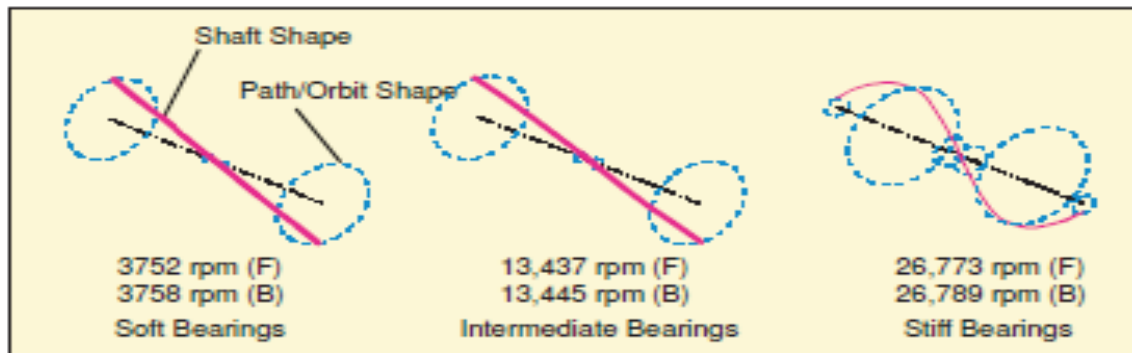
<sup>۲</sup>spin

<sup>۳</sup>Forward whirling

<sup>۴</sup>Backward whirling

شکل ۴- شکل مد استوانه‌ای شکل (Swanson, ۲۰۰۵) ۵- مقطع عرضی روتور و حرکات گردش.

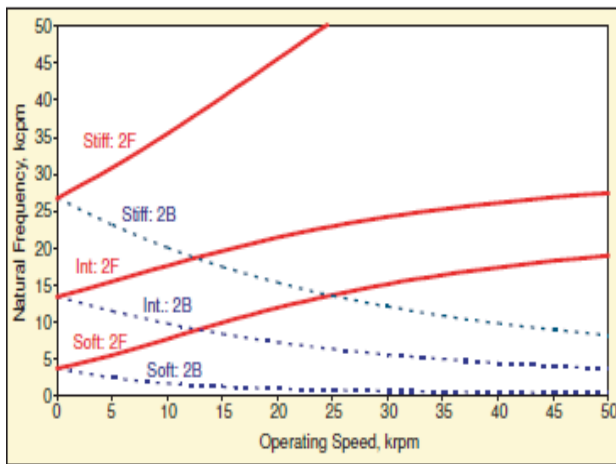
گردش پسرو باعث افزایش فرکانس طبیعی گردش پیشرو باعث کاهش آن می‌شود. مد شیپ دوم هم همانند مدشیپ دوم در سازه ی غیر دوار است که با توجه به شکلش به مدشیپ مخروطی معروف است. (Swanson, ۲۰۰۵)



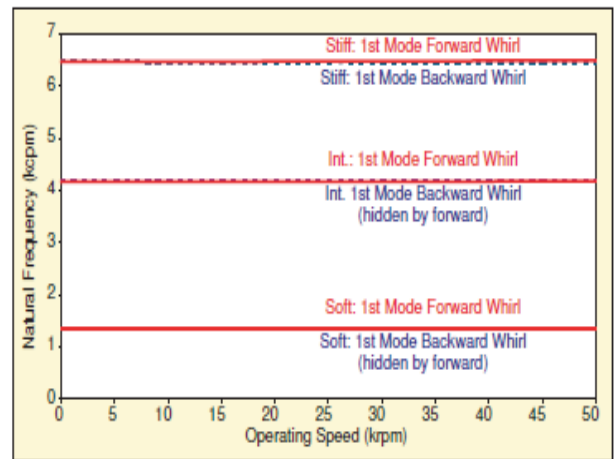
شکل ۶- شکل مد مخروطی

### نمودار کمپبل

مهمترین ابزار برای یک مهندس برای تعیین سرعت بحرانی، نمودار کمپبل دیاگرام است. در واقع برای مشاهده ی چگونگی تاثیر تغییرات سرعت شفت بر فرکانس‌های شکل مد استوانه‌ای و مخروطی، می‌توان آنالیز مودال را برای محدوده‌ی سرعت از صفر تا سرعت بالا انجام داد و فرکانس‌های گردش پیشرو و پسروی مرتبط با آنها را بدست آورد. در واقع با نمودار کمپبل که محور عمودی معرف فرکانس‌های طبیعی سیستم و محور افقی معرف محدوده‌ی سرعت‌های شفت می‌باشد، می‌توان تغییرات فرکانس‌های گردش پسرو و پیشرو را با افزایش سرعت بررسی کرد. شکل ۷، نمودار کمپبل را برای مد استوانه‌ای و شکل ۸، نمودار کمپبل برای مد مخروطی نشان می‌دهد.



شکل ۸. نمودار کمپبل برای مدمخروطی.



شکل ۷. نمودار کمپبل برای مد استوانه‌ای.

در محدوده‌ی سرعت‌های متغییر، فرکانس‌ها ثابت نیستند. همانطور که در نمودار فوق مشاهده می‌شود، فرکانس‌های مد استوانه‌ای با تغییر سرعت خیلی کم تغییر می‌کنند. مد گردش پیشرو اندکی کاهش و مد گردش پسرو اندکی افزایش می‌یابد و با توجه به افزایش سختی این افزایش و کاهش فرکانس چشمگیرتر است. در نمودار شکل ۸ کاملاً واضح است که فرکانس‌های مد مخروطی با تغییرات سرعت، تغییر می‌کنند. مد پیشرو، فرکانس را کاهش ولی مد گردش پیشرو، باعث افزایش فرکانس می‌شود. دلیل این رفتار جالب، اثر ژيروسکوپ می‌باشد که هر وقت یک جزء زاویه‌ای (لنگی یا مخروطی) داشته باشیم این اثر ظاهر می‌شود. در حالتی که ارتعاشات پسرو وجود دارد، به همان نسبت که سرعت شافت افزایش می‌یابد، اثرات ژيروسکوپ سختی را افزایش داده و در نتیجه طبق رابطه‌ی فرکانس طبیعی، باعث افزایش فرکانس می‌شود اما برای گردش پیشرو این اثر معکوس عمل می‌کند و باعث کاهش فرکانس می‌شود. بنابراین برای تحلیل دقیق حرکت روتور باید ترم ژيروسکوپ را نیز به معادله اضافه کنیم. اما در مد استوانه‌ای اثر ژيروسکوپ، تاثیر خیلی کمی دارد زیرا در این حالت حرکت دیسک مرکزی جز زاویه‌ای ندارد. در نمودار کمپبل دیاگرام، خطی با شیب یک رسم می‌شود که نشان دهنده‌ی تحریک‌های طبیعی می‌باشد. در جاهایی که این خط، خطوط گردش پسرو را قطع می‌کند، درواقع نشان دهنده‌ی سرعت‌های بحرانی سیستم می‌باشد.

### اثرات ژيروسکوپ

در یک روتور، هنگامی که شافت شروع به چرخش می‌کند، حرکت لنگی دیسک پدیده‌ی جالبی را به نام اثر ژيروسکوپ به وجود می‌آورد. برای درک مفهوم دقیق اثر ژيروسکوپ چرخشی را در نظر بگیرید که حول مرکزش در حال گردش می‌باشد. اگر این چرخ حول محور دیگری متمایل شود، آنگاه تمایل دارد که حول محور سومی بچرخد. این اثر را اثر ژيروسکوپ می‌نامند. اثر ژيروسکوپ در میزان سختی و در نتیجه در

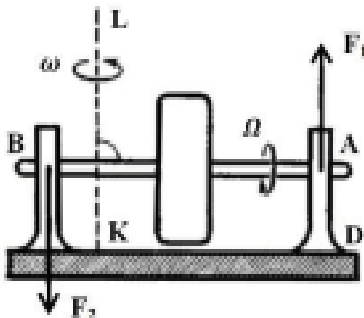


فرکانس طبیعی و سرعت بحرانی سیستم بسیار موثر بوده و در تحلیل دینامیک روتورها باید در نظر گرفته شود. در ژيروسکوپیی که در شکل ۹ آمده است، دیسک یک مومنتوم زاویه‌ای به سیستم اعمال می‌کند که از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

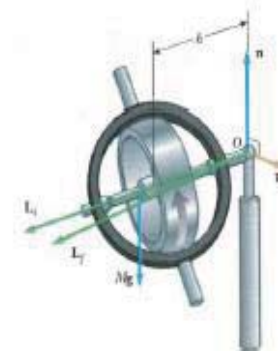
$$L_x = I_p \Omega \quad (1)$$

در شکل ۱۰، شافت AB با یک سرعت زاویه‌ای ثابت  $\Omega$  می‌چرخد و کل سیستم حول محور kl با سرعت زاویه‌ای  $\omega$  می‌چرخد. تغییرات جهت مومنتوم زاویه‌ای روی گشتاور نتیجه‌ی زیر را می‌دهد:

$$\tau = I_p \Omega \omega \quad (2)$$



شکل ۱۰- نمایش نیروهای ژيروسکوپیی در دو سر شافت دوار

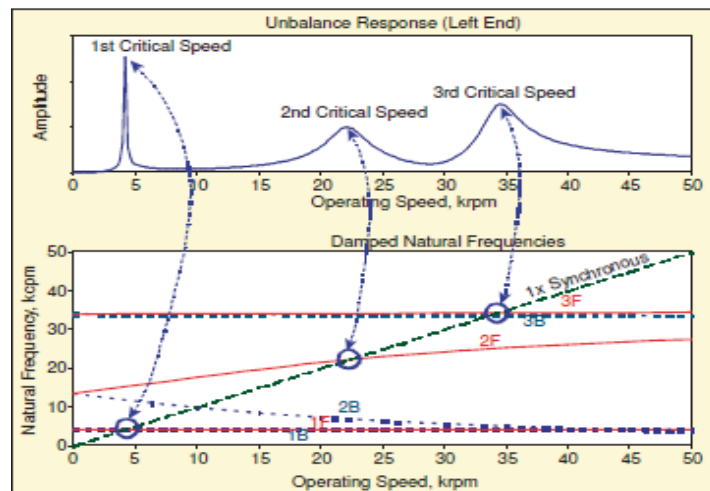


شکل ۹- تصویری از یک ژيروسکوپ.

این گشتاور در یاتاقان‌های نگهدارنده‌ی A و B دو نیروی عکس‌العمل در خلاف جهت ایجاد می‌کند. به این نیروها نیروهای ژيروسکوپیی می‌گویند. به طور کلی زمانی که جرم و ممان اینرسی و یا سرعت دوران شافت و یا سرعت چرخش مجموعه شافت حول محور دیگر مقداری بزرگ داشته باشد اثرات نیروهای ژيروسکوپیی روی فرکانس ارتعاشات مشهودتر می‌باشد. این اثرات را در شافت پروانه‌ی کشتی که جرم زیادی دارد در حالتی که کشتی در حال تغییر جهت می‌باشد، می‌توان دید.

### سرعت بحرانی

با استفاده از نمودار کمپبل، می‌توان سرعت‌های بحرانی را بدست آورد. شکل ۱۱، دامنه‌پاسخ جابه‌جایی عمودی به علت نامتوازنیی را نشان می‌دهد. در نمودار کمپبل آن، یک خط قطری که شیب مثبت یک دارد، نشان داده شده است. تقاطع این خط با خطوط مربوط به فرکانس‌های گردش پسر، نشان دهنده‌ی سرعت‌های بحرانی هستند.



شکل ۱۱- پاسخ سیستم بر اثر نامتوازنی.

درواقع سرعت بحرانی، مربوط به قله‌ی فرکانس پاسخ سیستم می‌باشد. به طور کلی سرعت بحرانی، سرعتی است که در آن سرعت فرکانس سیستم با فرکانس طبیعی روتور برابر شده و پدیده‌ی تشدید روی دهد. برخی این تصور اشتباه را دارند که سرعت بحرانی همواره یک نا پایداری است. این تصور تنها در حالتی صادق است که میرایی در سیستم نداشته باشیم. هر زمان که سرعت روتور از سرعت بحرانی عبور کند، در خروجی، قله‌ای مجزا در پاسخ مشاهده می‌کنیم. به همین دلیل به سرعت‌های بحرانی، سرعت‌های قله پاسخ هم گفته می‌شود.

### معرفی آنالیز به روش اجزا محدود

دینامیک روتورها به مطالعه‌ی سازه‌های چرخان حول یک محور متقارن می‌پردازند. وسیله‌هایی مانند ماشین‌ها، موتورها، توربین‌ها و... اثراتی با عنوان اثرات اینرسی را ایجاد می‌کنند که می‌توانند هم باعث اصلاح و افزایش طراحی شود و هم می‌توانند میزان احتمال شکست را کاهش دهد. در سرعت‌های چرخشی بالا مانند سرعت موتور توربین گاز، اثرات اینرسی برای قسمت‌های چرخان باید به طور استوار نمایش داده شود تا به طور صحیح رفتار روتور را پیشگویی کند.

یک قسمت مهم از اثرات اینرسی ممان ژيروسکوپی است که به دلیل انحراف مسیر حرکت روتور از محورش تولید می‌شود. زمانی که سرعت چرخشی زیاد می‌شود، ممان ژيروسکوپی بر روی روتور به صورت بحرانی اثر می‌گذارد. عدم توجه به این اثرات در مرحله‌ی طراحی، می‌تواند منجر به آسیب به یاتاقان‌ها و یا سازه‌ی تکیه‌گاه شود. محاسبه‌ی سختی یاتاقان‌ها و خمش سازه‌ی تکیه‌گاهی و سپس فهمیدن حاصل رفتار دمپینگ، یک فاکتور مهم در افزایش پایداری ارتعاشات روتور می‌باشد.

با اعمال این خصیصه‌های بنیادی در دستورالعمل‌های آنالیزهای اجزای محدود مودال، هارمونیک و گذرا (transient) در انسیس، می‌توان به طور کامل و بی‌نقص به تعیین و تحلیل تجهیزات چرخان پرداخت. بدین ترتیب با یک پردازش سریع می‌توان پارامترهای بحرانی را تعیین کرد. به کمک طرح‌های متحرک از مدل گردش پسر و پیشرو را تصور کرد و این ویژگی به ما اجازه می‌دهد تا به راحتی فاکتورها و قسمت‌های بحرانی را تعیین کنیم. به کمک دیاگرام کمپل می‌توان سرعت‌های بحرانی و پایداری سیستم را مشخص کرد.

### معادلات عمومی حرکت

معادله عمومی حرکت به صورت زیر است (Genta، ۲۰۰۵):

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + K\{U\} = \{f\} \quad (۳)$$

که در آن ماتریس‌های  $[K]$ ،  $[C]$ ،  $[M]$  جرم، دمپینگ و سختی را نشان می‌دهند و  $\{f\}$  بردار نیروی خارجی را نشان می‌دهد.

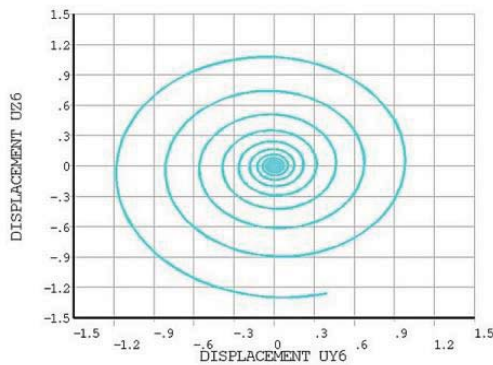
در دینامیک روتورها به این معادله پارامترهای کمکی دیگری مانند اثر ژيروسکوپ  $[G]$  و اثر دمپینگ چرخشی  $[B]$  نیز اضافه می‌شوند.

$$[M]\{\ddot{U}\} + ([G] + [C])\{\dot{U}\} + ([B] + [K])\{U\} = \{f\} \quad (۴)$$

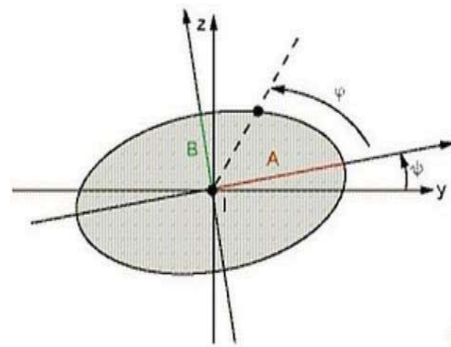
ماتریس ژيروسکوپ  $[G]$  به سرعت چرخشی بستگی دارد و در تحلیل دینامیک روتورها شرکت می‌کند. ماتریس دمپینگ چرخشی  $[B]$  نیز به سرعت چرخشی بستگی دارد. این پارامتر سختی سازه را تغییر می‌دهد و می‌تواند باعث ناپایدار شدن حرکت شود.

مفاهیم زیر در تحلیل اجزا محدود نقش بسزایی دارند:

همانطور که گفته شد ماتریس ژيروسکوپ که نتیجه‌ی لنگی در سیستم است باید در معادله‌ی حرکت وارد شود. اثرات ژيروسکوپ را می‌توان ناشی از حرکت گردش نیز دانست که همانطور که گفته شد در این نوع حرکت، نقاط روی محور از محور خارج شده و روی یک مدار بیضوی حرکت می‌کنند که بسته به جهت اسپین و جهت مدار بیضوی می‌توان مفاهیم گردش پسر و پیشرو را توصیف کرد. معمولاً یک نقطه روی محور شفت بر روی مدار بیضوی حرکت می‌کند که در شکل ۱۲ نشان داده شده است.



شکل ۱۳- ارتعاشات از خود برانگیخته.



شکل ۱۲- حرکت بر روی مدار بیضوی.

گاهی در یک سازه‌ی چرخان، ارتعاشات از خود برانگیخته ایجاد می‌شود که دامنه‌ی ارتعاشات را افزایش داده و در نتیجه سبب ناپایداری سیستم می‌شود (شکل ۱۳). که قسمتی از عوامل معمول ناپایداری مربوط به مشخصات یاتاقان‌ها، دمپینگ ناشی از مواد سازنده و تماس بین قسمت‌های چرخان و ساکن می‌باشد (Ansys، ۲۰۱۴).

### بررسی ارتعاشات میله به روش تجربی و اجزا محدود

با توجه به مرور ارتعاشات شافت دوار از همه جنبه‌ها ابتدا در این قسمت سرعت بحرانی یک شافت با جرم متمرکز یک کیلوگرم در وسط با مدول الاستیسیته  $2 * 10^{11} \text{ (kg/m}^3)$  و چگالی  $7800 \text{ N/m}^2$  و قطر ۶ میلیمتر و فاصله دو یاتاقان ۳۰۰ میلیمتر به روش آزمایشگاهی بدست می‌آید. برای انجام این امر از دستگاه نشان داده شده زیر استفاده می‌شود. در این آزمایش، رفتار نوسان شافت لاستیک مورد مطالعه قرار می‌گیرد. پدیده‌هایی همچون تشدید و خودمرکزی<sup>۱</sup> به طور خاص در محدوده فرابحرانی قرار می‌گیرند. به منظور جلوگیری از اثرات ژيرواستاتیک<sup>۲</sup>، روتور متقارنی با یک دیسک جرم متمرکز در نظر گرفته می‌شود. در این مورد، جرم متمرکز نسبت به حالت قائم کج<sup>۳</sup> نمی‌شود اما در عوض، علاوه بر حرکت دورانی حول محور چرخش، حرکت انتقالی جانبی هم انجام می‌دهد. سرعت دورانی بحرانی محاسبه می‌شود که در آن ارتعاشات ناخواسته جانبی با صدای بلند ایجاد می‌گردد و این مقدار ۱۶۲۰ دور بر دقیقه می‌باشد. این سرعت بحرانی، مقدار متوسط دو سرعت  $n_{II}$  و  $n_o$  می‌باشد. به طور خلاصه هنگام افزایش سرعت شافت به صورت تدریجی هنگامی که صدای برخورد شافت به یاتاقان ایمنی می‌رسد سرعت  $n_{II}$  یادداشت می‌شود.

<sup>۱</sup> Self centring

<sup>۲</sup> Gyrostatic

<sup>۳</sup> Wobbling

سپس با سویچ کردن کلید تنظیم سرعت هنگامی که از مقدار سرعت شافت از بالاتر از مقدار بحرانی، به تدریج کم می‌شود اولین صدای ناشی از برخورد شفت با یاتاقان ایمنی متناظر با سرعت  $n_o$  می‌باشد.

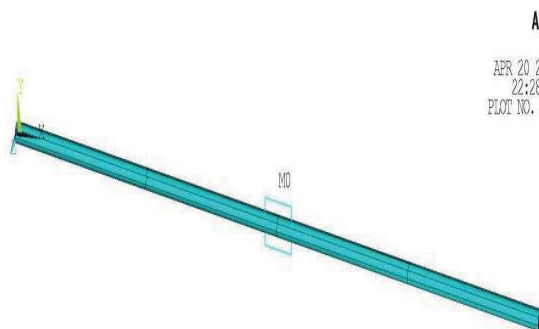
جدول ۱- مقایسه سرعت‌های بحرانی روش آزمایشگاهی

سرعت بحرانی $n_{crit} (rpm)$	سرعت بالایی محدوده تماس شفت با یاتاقان ایمنی $n_o (rpm)$	سرعت پایینی محدوده تماس شفت با یاتاقان ایمنی $n_u (rpm)$	فاصله بین یاتاقان‌ها (mm)
۲۴۳۲	۲۴۵۹	۲۴۰۵	۳۰۰

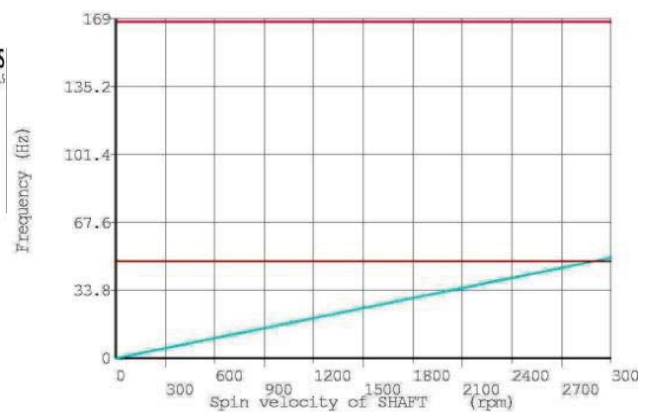


شکل ۱۴- دستگاه ارتعاشات شافت دوار برای تعیین سرعت بحرانی

با مدل‌سازی این شفت در نرم افزار انسیس و استفاده از دیاگرام کمپل سرعت بحرانی ۲۹۲۰ دور بر دقیقه مطابق شکل ۱۵ و ۱۶ در زیر بدست می‌آید. تفاوت نتایج به علت این است که اثرات سختی و دمپینگ یاتاقان‌ها در انسیس مدل‌سازی نشده و نوع تکیه‌گاه کاملا گیردار فرض شده است و طبق مفاهیم ارتعاشاتی با افزایش سختی مطمئنا سرعت بحرانی وابسته به فرکانس طبیعی در روش اجزا محدود مقدارش بیشتر می‌باشد.



شکل ۱۶- مدل شفت دوار



شکل ۱۵- نمودار کمپل

## نتیجه گیری

- طبق تحقیقات انجام شده بر روی روتورها مشاهده کردیم که شکل‌های مد سیستم‌های دوار بسیار شبیه به حالت غیر دوار می‌باشد با این تفاوت که در سیستم‌های دوار یک حرکت دایره‌ای به جای حرکت صفحه‌ای داریم که از این حرکت دایره‌ای به عنوان گردش یاد می‌شود.
- با توجه به اینکه اجزای زاویه‌ای در یک شفت دوار باعث ایجاد اثر ژيروسکوپی در سیستم می‌شوند، بنابراین لنگی که شکل مدی مخروطی دارد می‌تواند باعث ایجاد این اثر شود. نتیجه‌ی اثر ژيروسکوپی اضافه شدن نیروهایی اضافی در دو تکیه گاه‌ها می‌باشند که منجر به تغییر در سختی سیستم و در نتیجه تغییر در فرکانس طبیعی سیستم می‌شود.
- در نمودار کمپبل می‌توان از نقاط برخورد خط دارای شیب مثبت یک با منحنی فرکانس‌های گردش پسر و سرعت‌های بحرانی سیستم را بدست آورد.
- یکی از روش‌های جدید در آنالیز سیستم دینامیک روتورها، روش المان محدود است که در آن با توجه به محدوده‌ی المان‌های مشخص شده و با کمک نمودار کمپبل می‌توان سیستم مورد نظر را تحلیل کرد.

## منابع

- Adams, M. L. 2001. Rotating Machinery Vibration: From analysis to troubleshooting, Marcel Dekker, Inc.
- Vance. J. Zeidan. F. Murphy. B. 2010. Machinery vibration and rotordynamics, John Wiley & Sons, Inc
- Genta, G. 2005. Dynamics of Rotating Systems, Springer New York.
- Jeng Chen, W. and Edgar J. Gunter. 2001. Introduction to Dynamics of Rotor-Bearing Systems, Eigen Technologies
- Swanson, E. 2005. A Practical Review of Rotating Machinery Critical Speeds and Modes, [www.sandv.com/downloads/0505swan.pdf](http://www.sandv.com/downloads/0505swan.pdf).
- Ansys, Help documentation, version 14.0.